1.3. Logaritmos

El logaritmo es sólo otra forma de expresar la potenciación de un número, pero en este caso lo que se busca es el exponente de la base. Muchos autores definen a los logaritmos como la función inversa de la potenciación, pero eso no es del todo cierto, pues existen ciertas restricciones que no la hacen válidas para todas las bases.

Sin embargo, para las bases que si está permitido si se puede ver como una forma de función inversa. Por ejemplo:

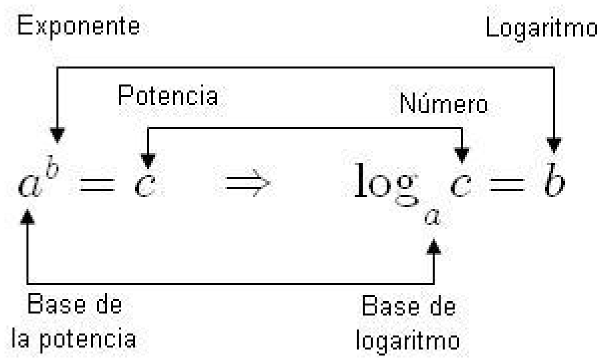
$$5^3 = 125$$

Se escribe en forma logarítmica como:

$$\log_5 125 = 3$$

Y se lee como “logaritmo en base 5 de 125 es igual a 3”.

De manera general y formalmente, los nombres de cada uno de los miembros en ambas operaciones son los siguientes:



Las restricciones son que la base y el número del logaritmo deben ser mayores a cero, pues en caso contrario se puede caer en contradicciones operativas.

A partir de las propiedades de las potencias, se deducen diversas propiedades interesantes de los logaritmos en cualquier base. Estas propiedades se resumen en la siguiente tabla.

Propiedad	Expresión simbólica
El logaritmo de la base es siempre igual a 1	$\log_a a = 1$
El logaritmo de 1 en cualquier base es 0	$\log_a 1 = 0$
El logaritmo de un producto es igual a la suma de logaritmos	$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
El logaritmo de un cociente es igual a la resta de logaritmos	$\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$
El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base	$\log_a (x)^p = p \cdot \log_a x$

Un mismo número tiene logaritmos diferentes según la base elegida. Ahora bien, basta conocer el logaritmo de un número en una base para determinar su valor en cualquier otra base, a partir de la siguiente propiedad de **cambio de base**:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Así como en los sistemas numéricos, hay logaritmos que actualmente se utilizan y tienen gran auge por el desarrollo de sistemas computacionales y para la descripción matemática de fenómenos naturales que no pueden hacerse con álgebra simple; estos son el logaritmo natural (también llamado logaritmo de Neper) y el logaritmo base 10.

Los logaritmos de base 10, se llaman **logaritmos decimales**. Normalmente, estos logaritmos se simbolizan por **log**, sin indicar la base.

En el valor de un logaritmo decimal pueden distinguirse dos partes complementarias:

a) La **característica**, que expresa el orden de magnitud de esta cantidad y tiene valores enteros.

b) La **mantisa**, o parte marginal del logaritmo, que expresa su componente decimal.

Por ejemplo, el logaritmo del número 100 es 2, por lo que sólo tiene característica (igual a 2) y su mantisa es nula. En cambio, el logaritmo del número 2 es 0,301030, característica igual a 0 y mantisa 301030.

De acuerdo a su valor, se puede decir que:

a) Los logaritmos de números mayores o iguales que 1 y menores que 10 tienen característica 0.

b) Los logaritmos de números mayores o iguales que 10 y menores que 100 tienen característica 1.

c) Los de los números mayores o iguales que 100 y menores que 1000 tienen característica 2, y así sucesivamente.

d) En cambio, los logaritmos de los números menores que 1 tienen característica negativa.

Por otra parte, la mantisa de los números que sólo difieren entre sí en potencias de 10 tienen la misma mantisa. Por ejemplo:

mantisa (log 2) = mantisa (log 20) = mantisa (log 200) =?= mantisa (log 0,2) = = mantisa (log 0,02) = mantisa (log 0,002) = ?

Por otra parte los **logaritmos naturales** o **neperianos** tienen como base un número infinito llamado el número e = 2.7182818284590452354…

Estos logaritmos se simbolizan por **ln** o **L** (por ejemplo, ln 2 o L 2). Para determinar valores de logaritmos naturales se utilizan hoy en día calculadoras portátiles. Sin embargo, en el pasado era necesario recurrir al siguiente procedimiento:

Calcular el logaritmo decimal del número, con ayuda de una tabla de logaritmos.

Calcular el logaritmo neperiano por medio de un cambio de base, sabiendo que log e = 0,434294 ya que:

$$\ln x = \frac{\log x}{\log e}$$